Domácí úkol 5. - průběh funkce, užití derivace.

1. Vyšetřete aspoň dva průběhy funkcí, které si vyberete z těchto funkcí: ($\exp(x) = e^x$)

$$f(x)=\frac{x}{x^2-1} \;;\quad f(x)=\frac{x^3}{x^2-1} \;;\quad f(x)=\frac{1}{x}+4x^2 \;;\quad f(x)=\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 \;;$$

$$f(x)=x\cdot\exp\left(-x^2\right) \;;\quad f(x)=\exp\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right) \;;\quad f(x)=\exp\left(\frac{1}{x}\right)-x \;;\quad f(x)=\frac{e^{-x}}{2-x} \;;$$

$$f(x)=x+\sin x \;;\quad f(x)=arctg\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right) \;;\quad f(x)=x-2\,arctg\,x\,;$$

$$f(x)=x\ln x \;;\quad f(x)=|x|\exp(-|x-1|) \;;\quad f(x)=\frac{|x|}{x^2+1}\,.$$

2. Je dána funkce $f(x)=\sqrt{1+\sin 4x}$.

a) Najděte Taylorův polynom 2. stupně funkce f v bodě $a=0$.
b) Spočítejte pomocí tohoto polynomu přibližně $f(0{,}2)$ a $f(0{,}02)$ a tyto hodnoty porovnejte s hodnotami, určenými pomocí kalkulačky.

3. a) Napište definici spojitosti funkce v bodě $a \in R$.

b) Vyšetřete, zda lze v bodě $a=0$ spojitě dodefinovat (a lze-li, tak dodefinujte) funkci f , která je pro $x \neq 0$ dána předpisem

(i) $f(x)=arctg\frac{1}{x}$; (ii) $f(x)=\frac{\ln(4x^2+1)}{x^2}$; (iii) $f(x)=e^{-\frac{1}{x^2}}$.